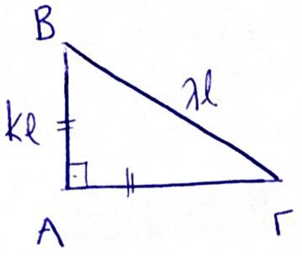
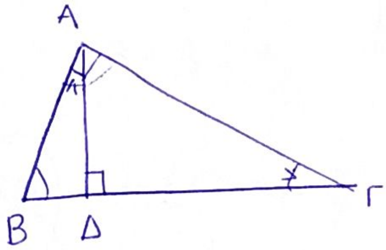
17/10/2019

Ιστορία των Μαθηματικών



AB και BΓ δεν είναι σύμμετρα

Κρίση
→ Τι μπορεί να σώσεις από τα θεωρήματά σου
→ Να καταλάβεις καλύτερα το πρόβλημα με τα ασύμμετρα μεγέθη
→ Να λύσεις το πρόβλημα (Εύδοξος)



ΑΒΓ
ΔΒΑ όμοια
ΔΑΓ

$\frac{B\Delta}{AB} = \frac{AB}{B\Gamma}$, $\frac{\Delta\Gamma}{A\Gamma} = \frac{A\Gamma}{B\Gamma}$

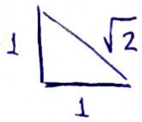
$AB^2 = B\Delta B\Gamma$

$A\Gamma^2 = \Delta\Gamma B\Gamma$

$AB^2 + A\Gamma^2 = (B\Delta + \Delta\Gamma)\, B\Gamma = B\Gamma^2$

Βιβλία των στοιχείων του Ευκλείδη (300πΧ)
4 βιβλία (σώθηκαν)

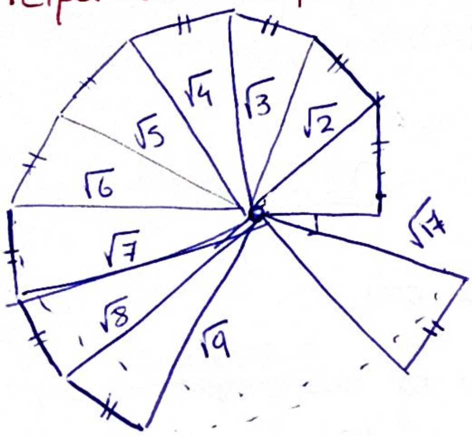
$\sqrt{2}$ άρρητος



Θεόδωρος ο Κυρηναίος 465-398 π.Χ

Μαθητές: Πλάτωνας, Θεαίτητος.

Σπείρα του Θεόδωρου.



κλπ.

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$

$\sqrt{6}, \sqrt{8}, \sqrt{10}$

$\sqrt{11}\ \sqrt{12}\ \sqrt{13}$

$\sqrt{14}, \sqrt{15}, \sqrt{17}$ άρρητοι.

⟵ Έφτασε έως το 17 και δεν πήγε στο 19.

$\mu\kappa\delta(\kappa,\lambda)=1$

$19\lambda^2=\kappa^2 \quad 19/\kappa^2$

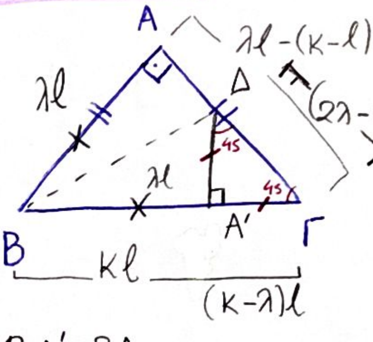
$\Longrightarrow \boxed{19/\kappa}$

$\kappa=19\kappa'$

$19\lambda^2=(19\kappa')^2=19^2\kappa'^2 \Rightarrow \lambda^2=19\kappa'^2$

$19/\lambda^2 \Rightarrow \boxed{19/\lambda} \Rightarrow 19/\mu\kappa\delta(\kappa,\lambda)=1.$

ΑΠΟΔΕΙΞΗ 1



$\lambda\ell-(\kappa-\ell)\lambda=$ AB, ΒΓ συμμετρα

$(2\lambda-\kappa)\ell$

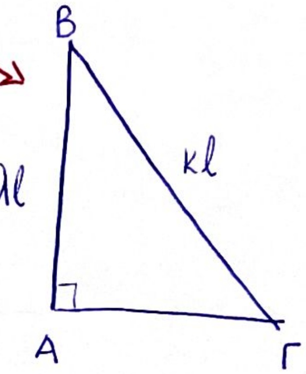
$B\Gamma=\kappa\ell$

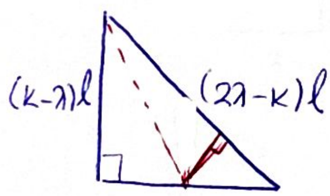
$AB=\lambda\ell$

$BA'=BA$

ΒΔ διαγώνιος.

Σίγουρα $A\Delta=A'\Delta$





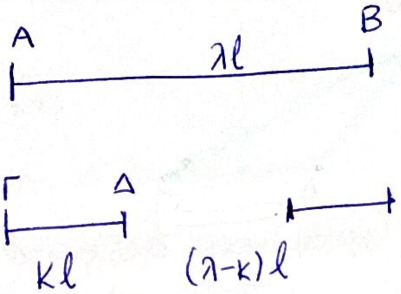
- Καταλήγω σε τρίγωνο που η πλευρά του <1 και υποθέτω ότι μπορώ να το μετρήσω (καταλήγω σε άτοπο)

κλπ

το πολύ σε λ βήματα θα έχω άτοπο.

Άπειρη Καθόδου. Άρα AB κ ΒΓ δεν είναι συμμετρα $\Rightarrow \sqrt{2}$ άρρητος

ΑΠΟΔΕΙΞΗ 2

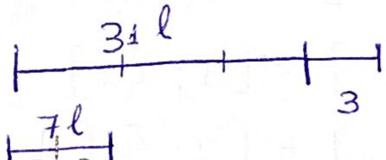


Ανθυφαίρεση

ΣΥΝΕΧΕΣ ΚΛΑΣΜΑ

ΜΚΔ του 31 και του 7 στην Θεωρία Αριθμών.

$$\left.\begin{aligned} 31 &= 4\cdot 7+3 \\ 7 &= 2\cdot 3+1 \\ 3 &= 3\cdot 1+0 \end{aligned}\right\} \text{ανθυφαίρεση}$$



Διαδικασία

αφαιρώ 4 φορές το 7

αφαιρώ το 3 απο το 7 2 φορές

αφαιρω το 3 από το 3 1 φορά

$$\frac{31}{7} = \frac{4\cdot 7+3}{7} = 4+\frac{3}{7} \xrightarrow{\text{κόλπο}} 4+\frac{1}{\frac{7}{3}} =$$

$$= 4+\frac{1}{\frac{2\cdot 3+1}{3}} = 4+\frac{1}{2+\frac{1}{3}} = 4+\frac{1}{2+\frac{1}{\frac{3}{1}}} = 4+\frac{1}{2+\frac{1}{3}}$$ συνεχές κλάσμα

$$\frac{31}{7} = [4;2,3]$$

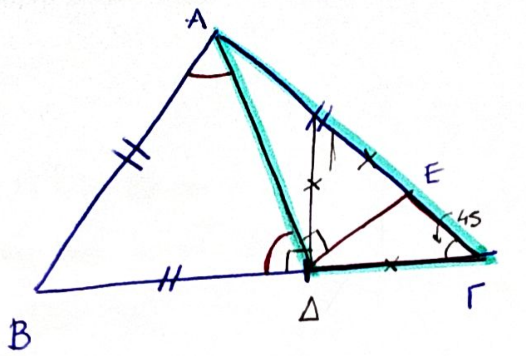
$$\sqrt{2} = 1\cdot 1+(\sqrt{2}-1)$$

$$= 1+\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}-1}} = 1+\frac{1}{\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}} = 1+\frac{1}{\underbrace{\sqrt{2}+1}_{1+1\ldots}} = 1+\frac{1}{2+(\sqrt{2}-1)}$$

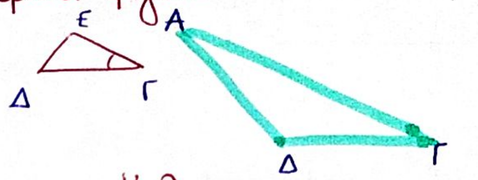
$$= 2+(\sqrt{2}-1)$$

$$= 1+\frac{1}{2+\frac{1}{\sqrt{2}-1}} = 1+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2}}}} + \ldots \text{ κλπ}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{1} = [1;2,2,2,\ldots 2,]$$



όμοια τρίγωνα



Κτλ (χρησιμοποιεί ομοιότητα τριγώνων)

Γιατί σταμάτησε στο 17?

$\sqrt{2} = [1; 2, 2, \ldots, 2, \ldots] = [1; \overline{2}]$

$\sqrt{3} = [1; 1, 2, 1, 2, \ldots] = [1; \overline{1, 2}]$

$\sqrt{5} = [2; 4, 4, \ldots 4, \ldots] = [2; \overline{4}]$

$\sqrt{6} = [2; 2, 4, 2, 4, \ldots] = [2; \overline{2, 4}]$

$\sqrt{7} = [2; \overline{1, 1, 4}]$

$\sqrt{8} = [2; \overline{1, 4}]$

$\vdots$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ (Σταμάτησε στο 17)

$\sqrt{19} = [4; \overline{1, 1, 2, 1, 1, 8}]$

ΜΕΤΑ έρχεται ο **Θεαίτητος** ο Αθηναίος. (ο 1ος Αθηναίος)

ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΤΟΥ ΠΛΑΤΩΝΑ 387πΧ – 529μΧ (πάνω από 900 χρόνια)

(Διακόπηκε το 88πΧ εως 84πΧ)

το 86πΧ καταστρέφουν οι Ρωμαίοι την Ακαδημία.

μετά το 84πΧ εως 529μΧ ξαναλειτουργεί.

Σύμμετρα και Ασύμμετρα μεγέθη.

$\sqrt{n}$

όταν n δεν είναι τετράγωνο το $\sqrt{n}$ είναι άρρητος.

Τετράγωνος αριθμός
$n=4, 9, 16$ κτλ

Μελετά ποσότητες όπως:
$\sqrt{a}+\sqrt{b}$, $a+\sqrt{b}$

Βρίσκεται στο 10 βιβλίο του Ευκλείδη
στο 13 βιβλίο (Πλατωνικά στερεά)

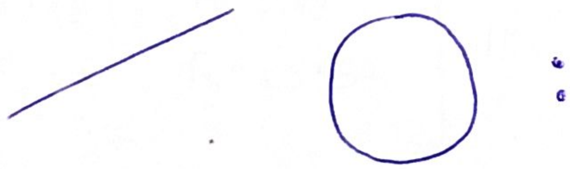
Πλάτωνα στο βιβλίο του Θεαίτητου

Νεγρεπόντης.

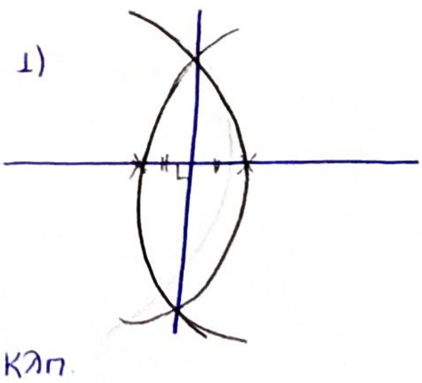
— o —

Μπαλάνος Βασιλόπουλος (ο δάσκαλός του ήταν ο Μεθόδιος ο Ανθρακίτης
στο βιβλίο του ο Βασιλόπουλος γράφει όχι την
δική του έρευνα αλλά του δασκάλου του.

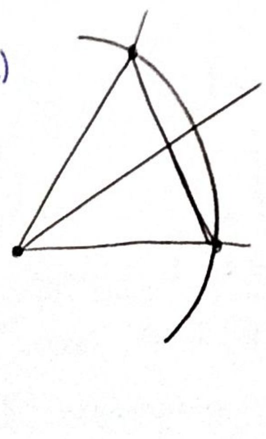
Κατασκευές: Με εργαλεία την ευθεία και τον κύκλο.



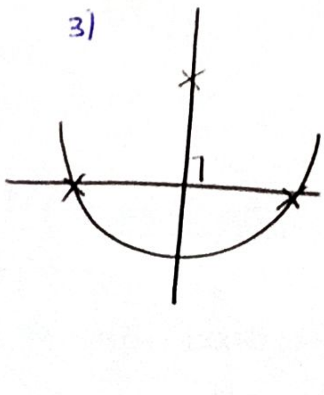
1)



2)

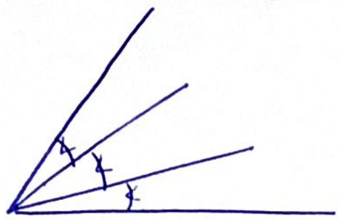


3)

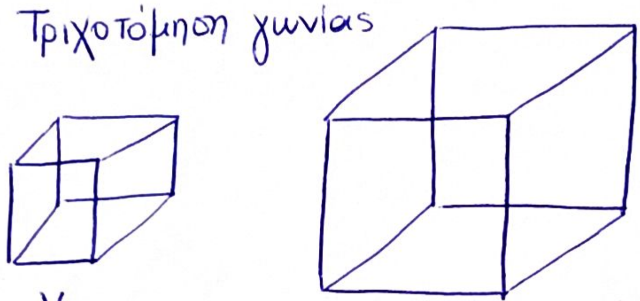


κλπ.

Τα "άλυτα" προβλήματα της αρχαιότητας.

① 

Τριχοτόμηση γωνίας

② 

V

2V

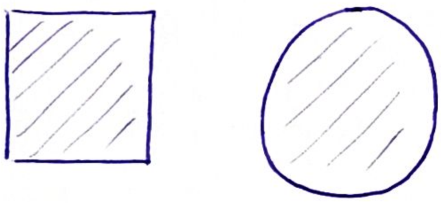
Διπλασιασμός του κύβου.

Δήλιο πρόβλημα.

(1800 περίπου ∃ ένα βιβλίο που βρίσκεται στο Πανεπιστήμιό μας με τίτλο:

Αντιπελάργησις. [Κοσμάς Μπαλάνος]

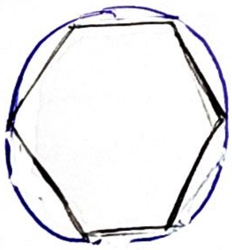
το γράφει για τον πατέρα του Βασιλόπουλο Μπαλάνο

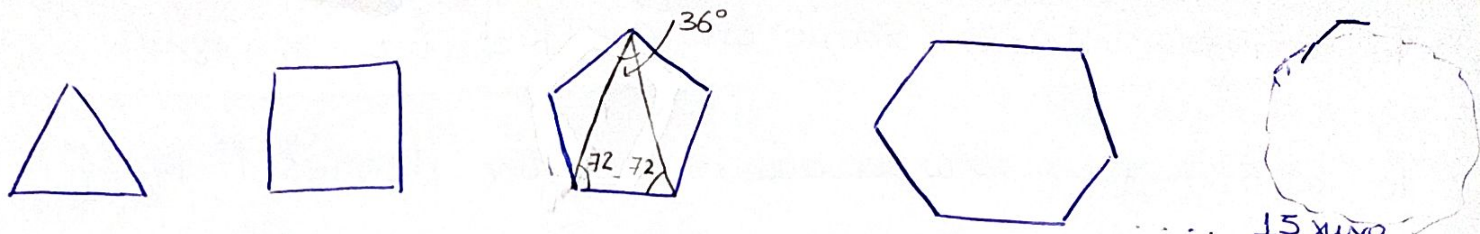
③ 

Τετραγωνισμός του κύκλου

$E_1 = E_2$

④ Κατασκευή κανονικών πολυγώνων.

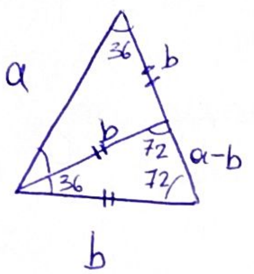




. . . . 15 γωνο

$2^n \cdot 3$ $\quad 2^n$ $\quad 2^n \cdot 5$ $\quad 2^n \cdot 15 \downarrow$

Τρίγωνο
και
5-γωνο



$\frac{a}{b} = \frac{b}{a-b} = \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ $\boxed{\text{χρυσή τομή}}$

Το $\phi = [1; 1, 1, 1, \ldots, 1, \ldots] = [1; \bar{1}]$

$\rightarrow$

Το πιο όμορφο
συνεχές κλάσμα

— ○ —

~1650 Fermat

Πρώτοι αριθμοί της μορφής $2^{2^n} + 1 = F_n$

$$\left.\begin{array}{ll} F_0 = 3 & F_3 = 257 \\ F_1 = 5 & F_4 = 65537 \\ F_2 = 17 & \end{array}\right\} \text{ΠΡΩΤΟΙ ΤΟΥ Fermat.}$$

Euler F_5 ΟΧΙ ΠΡΩΤΟΣ $\quad 641 / F_5$

Gauss 1796 - Wentzel 1837

Έστω $n > 2$ φυσικός.

Το κανονικό n-γωνο είναι κατασκευάσιμο με χάρακα και διαβήτη αν-ν $n = 2^s P_1 P_2 \ldots P_r$ όπου $P_1, \ldots P_r$ είναι διαφορετικοί πρώτοι αριθμοί του Fermat.

Το 257-γωνο κατασκευάστηκε από τον Richelot το 1832.

Το 65537-γωνο κατασκευάστηκε από τον Hermes (~1900).